Diálogos, **61** (1993) pp. 195–218

Reseñas

JON BARWISE y **JOHN ETCHEMENDY**, *The Language of First-Order Logic.* Including the Macintosh™ program *Tarski's World.* Second Edition, revised and expanded. Center for the Study of Language and Information, 1991. XIV + 297 pp. (Distribuido por The University of Chicago Press).

Con este libro, Barwise y Etchemendy se suman a la lista de lógicos eminentes que —desde Hilbert y Ackermann— han publicado manuales para la enseñanza elemental de su disciplina. Pero introducen una gran novedad: un sobrecito plástico adherido por dentro a la cubierta posterior del libro contiene un disco magnético con una versión actualizada (3.2) del programa didáctico de computación "El mundo de Tarski" (*Tarski's World*), cuya versión 1.0 fue publicada en 1986 por los autores. Describiré primero el libro y luego el programa y lo que se puede hacer con él.

Barwise y Etchemendy presentan el cálculo predicativo de primer orden como un "lenguaje" —más exactamente, una familia de tales "lenguajes"—en que es posible hacer aseveraciones: "el lenguaje de la lógica de primer orden" FOL. En bienvenido contraste con cierto manual nefando (que, claro está, no es la obra de nadie que pudiese aspirar a un sitio en la lista aludida), no intentan enseñarnos a traducir a FOL cualquier oración declarativa de nuestro propio idioma, sino que explican este "lenguaje" por sí mismo, en términos de sus propias reglas de sintaxis y semántica, antes de invitarnos a buscar equivalentes en inglés (o en castellano) de lo que se deja expresar en él.

Las partes I y II presentan sucesivamente, como es habitual, la lógica proposicional y la teoría de la cuantificación, pero desde el comienzo de la parte I se emplean oraciones atómicas que constan de sujeto y predicado, a la par que nudas "letras proposicionales". En ambas partes, se explica primero la semántica pertinente y luego se introducen reglas de inferencia. Como en casi todos los textos actuales, se adopta un sistema de deducción natural con las consabidas reglas *intelim*. La presentación de las pruebas sigue un esquema inventado por Fitch (utilizado también, por ejemplo, en los manuales de Thomason, y de Leblanc y Wisdom): para marcar qué conclusiones se deducen de qué premisas, se traza una línea vertical, a la derecha de la cual se escriben primero las premisas y luego, bajo una línea horizontal, las proposiciones que se van derivando de ellas. Este método gráfico de presentación seguramente facilita el aprendizaje, aunque se presta menos para la exacta descripción metalógica que el utilizado por Mates o Lemmon, en el cual se lleva la cuenta de las premisas de que depende cada línea de una prueba anotando el número de identificación de aquéllas a la izquierda de ésta.

Barwise y Etchemendy explican la cuantificación en dos etapas: el capítulo 5 sólo considera oraciones que contienen predicados poliádicos pero a lo sumo *una* variable ligada; y sólo en el capítulo 6 (pp. 147–175) se introduce la cuantificación de primer orden con toda generalidad. Esta división, aunque teóricamente injustificable, bien podría resultar pedagógicamente más eficaz que la separación acostumbrada entre un cálculo de predicados monádicos (o "lógica de las clases") y uno de predicados poliádicos (o "lógica de las relaciones"). El capítulo 7, "Some specific uses of quantifiers", enseña a formular aseveraciones numéricas y descripciones definidas. Termina con un breve parágrafo sobre "limitaciones expresivas de la lógica de primer orden".Las partes I y II presentan sucesivamente, como es habitual, la lógica proposicional y la teoría de la cuantificación, pero desde el comienzo de la parte I se emplean oraciones atómicas que constan de sujeto y predicado, a la par que nudas "letras proposicionales". En ambas partes, se explica primero la semántica pertinente y luego se introducen reglas de inferencia. Como en casi todos los textos actuales, se adopta un sistema de deducción natural con las habituales reglas ***intelim***. La presentación de las pruebas sigue un esquema inventado por Fitch (utilizado también, por ejemplo, en los manuales de Thomason, y de Leblanc y Wisdom): para marcar qué conclusiones se deducen de qué premisas, se traza una línea vertical, a la derecha de la cual se escriben primero las premisas y luego, bajo una línea horizontal, las proposiciones que se van derivando de ellas. Este método gráfico de presentación seguramente facilita el aprendizaje, aunque se presta menos para la exacta descripción metalógica que el utilizado por Mates o Lemmon, en el cual se lleva la cuenta de las premisas de que depende cada línea de una prueba anotando el número de identificación de aquéllas a la izquierda de ésta.

Barwise y Etchemendy explican la cuantificación en dos etapas: el capítulo 5 sólo considera oraciones que contienen predicados poliádicos pero a lo sumo *una* variable ligada; y sólo en el capítulo 6 (pp. 147–175) se introduce la cuantificación de primer orden con toda generalidad. Esta división, aunque teóricamente injustificable, bien podría resultar pedagógicamente más eficaz que la habitual separación entre un cálculo de predicados monádicos (o "lógica de las clases") y uno de predicados poliádicos (o "lógica de las relaciones"). El capítulo 7, "Some specific uses of quantifiers", enseña a formular aseveraciones numéricas y descripciones definidas. Termina con un breve parágrafo sobre "limitaciones expresivas de la lógica de primer orden".

El material tratado en las partes I y II se cubre normalmente en un curso semestral con tres horas de clase semanales. Pero si los estudiantes pueden jugar con *Tarski's World* en sesiones de interacción solitaria con la computadora, habría tiempo para incursionar en las partes III y IV. Aquí se explican de modo excepcionalmente sencillo y claro ciertos temas preparatorios de los estudios metalógicos propios de un segundo curso semestral. La parte III presenta la teoría de conjuntos y la inducción matemática como "aplicaciones de la lógica de primer order". La parte IV introduce un método de prueba afín a los *tableaux* semánticos de Beth, explica el concepto de estructura de primer orden y varios otros recursos de la investigación metalógica y termina con una descripción brevísima pero motivante de los célebres teoremas de suficiencia e insuficiencia de Gödel. Los apéndices A y B contienen instrucciones para usar el programa *Tarski's World* y un breve glosario Macintosh, con definiciones como ésta, que aprovecharemos luego: "**Cliquear** Para cliquear un objeto que se ve en la pantalla, mueva el ratón hasta que el cursor esté sobre ese objeto; luego apriete el botón."

Antes de pasar al segundo tema de esta reseña tengo que expresar mis reservas sobre un aspecto de la presentación de Barwise y Etchemendy que no he mencionado hasta ahora.[1] Lo que llaman FOL es una versión *interpretada* de un cálculo predicativo de primer orden, en que los predicados son sinónimos de ciertas palabras o frases en inglés. Por ejemplo, utilizan a menudo dos predicados diádicos que simbolizaré aquí con D e I y que significan, respectivamente, "está a la derecha de" y "está a la izquierda de". La relación familiar entre estos dos predicados, en virtud de la cual $\forall x \forall y(Dxy \rightarrow Iyx)$ y $\neg\exists x \exists y(Dxy \wedge Ixy)$, es descrita por los autores como una relación *lógica*. Por esa razón, las dos fórmulas que acabo de escribir se reputan *válidas* ("verdades lógicas"). Sólo muy avanzado el libro, en el Problema 13 del Capítulo 7 (p. 186), advierten que esta acepción de 'válido' difiere de la utilizada en otros libros de lógica y proponen distinguir entre $valid_I$ (I por 'interpreted'), que es la noción adoptada por ellos, y $valid_U$ (U por 'uninterpreted'), que es la noción corriente. Gracias a que FOL es un "lenguaje" interpretado, Barwise y Etchemendy no tienen que comprometerse, como otros autores, con un distingo —difícil de justificar *a priori*— entre palabras ordinarias, de interpretación variable, y palabras lógicas, de significado fijo (aunque, por cierto, lo practican *de facto* en la forma habitual: aquéllas se escriben con letras, éstas con ideogramas). Personalmente, no veo mérito en rehuir dicho compromiso, sin el cual, me temo, la lógica misma no puede constituirse como campo de estudio. (La justificación del distingo se lograría entonces *a posteriori*, por la evidente utilidad que nos rinde la

---

[1] Además, debo enderezar un entuerto. En la p. 216 leemos que "la teoría de Cantor es inconsistente". Esta aseveración se infiere —a través de la paradoja de Russell— de otra que leemos en la p. 201: "El segundo principio tras la teoría de conjuntos de Cantor es el llamado *Axioma Irrestricto de Comprensión*. Éste dice, *grosso modo*, que cada propiedad determina un conjunto." Ahora bien, en toda la obra de Cantor —y no hace mucho que la he leído casi entera— no me he topado nunca con ese axioma u otro equivalente, ni con un argumento basado implícitamente en él. Ya es hora de que los profesores de lógica se dejen de confundir a Cantor con Frege.

lógica). Nuestros autores pagan el precio de su cautela en la parte IV, cuando explican un algoritmo para decidir si ciertas oraciones son o no realizables (*satisfiable*). Sea Φ la oración $Px \wedge (\neg Px \vee Cx) \wedge (\neg Cx \vee Tx)$, donde leemos Px, Cx y Tx como 'x es pequeño', 'x es un cubo' y 'x es un tetraedro', respectivamente. Entonces el algoritmo diagnostica a Φ como realizable, a pesar de que según Barwise y Etchemendy no puede serlo, porque no puede haber un objeto que sea la vez un cubo y un tetraedro. (En otras palabras, $\neg\Phi$ es $valid_I$ aunque no sea $valid_U$). Para salvar esta dificultad, confinan la aplicación de tales algoritmos a oraciones que puedan construirse con "oraciones atómicas lógicamente independientes" (p. 244, Teorema 3). Debo confesar que el concepto de dependencia lógica entre oraciones atómicas me resulta impenetrable: *atómicos* con respecto a una disciplina científica son justamente los objetos cuya constitución no interesa a esa disciplina; por ende, entre oraciones que la lógica (o una rama de la lógica) considera atómicas no puede haber dependencias significativas para la lógica (o para esa rama suya).

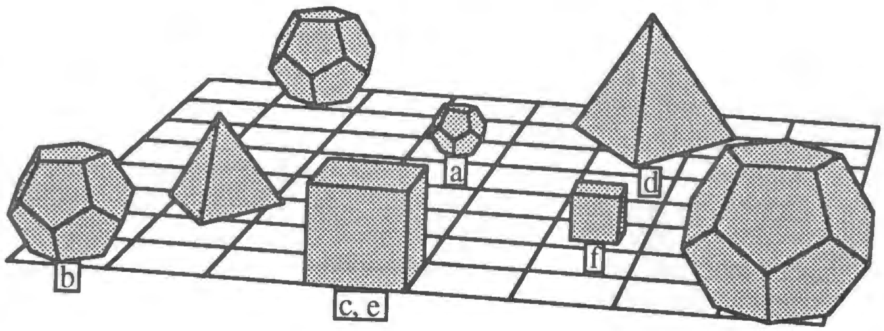
****

El *software* que viene con el libro está destinado a usarse con una computadora Macintosh. Incluye el programa *Tarski's World 3.2*, 48 kilobytes de ejercicios, un "stack" de HyperCard para corregir automáticamente ejercicios sometidos en disco por los estudiantes y un sistema operativo (6.0.5). Este último fue incapaz de hacer partir mi Mac IIsi, pero basta ciertamente para una Mac Plus. Mientras escribía esta reseña tuve el programa andando casi sin inconvenientes[2] bajo el sistema 7.0, que le asignó automáticamente 352 kilobytes de memoria. Al prenderlo aparecen en la pantalla tres ventanas tituladas "Mundo Sin

---

[2] Presumo que los que tuve se debieron a que intenté trasgredir los límites del programa. Aunque ofrece, como todos los programas Macintosh, la opción de copiar (*copy*) y pegar (*paste*) los textos seleccionados, no pude transferir al *wordprocessor* (Microsoft Word) las fórmulas que trascribo más adelante; aparentemente esas opciones sólo sirven para mover materiales dentro del programa. Pude, empero, efectuar la transferencia deseada entrando en el archivo de oraciones de *Tarski's World* con la función Find File de MS Word 5.0. Al copiar y pegar por esta vía, los símbolos lógicos se convierten en caracteres ordinarios ("text only"), pero se puede recuperarlos con la poderosa función "Busque y cambie formato" de MS Word 5.0. Al hacerlo comprobé lo que me parece —al menos a primera vista— un innecesario defecto de programación de *Tarski's World*: en la fuente especial Tarski instalada en el programa los símbolos lógicos no tienen el mismo número ASCII que les corresponde en la fuente estándar Symbol. Esto hace más incómodo, pero no imposible, recuperarlos en la forma descrita. Sea dicho de paso: la fuente Tarski es una fuente *bitmapped*, y aunque las letras están copiadas de la fuente Geneva, Tarski no es sustituida por Helvetica cuando se usa una impresora PostScript. Por esto, aunque *Tarski's World* es capaz de imprimir sus oraciones, el producto es bastante insatisfactorio. En cambio, como puede juzgarse por la figura, el tablero con poliedros se deja imprimir bastante bien.

Nombre", "Oraciones Sin Nombre" y "Teclado". El epíteto "Sin Nombre" (*Untitled*) se reemplaza por el nombre que uno elija al ejercer la opción de "guardar" (*Save*), esto es, grabar en el disco.



La ventana "Mundo" exhibe un tablero de ajedrez vacío. A la izquierda hay imágenes de un tetraedro, un cubo y un dodecaedro. Al cliquear una de ellas una objeto similar aparece en un cuadrado del tablero, del cual uno puede arrastrarla, usando el ratón, a cualquier cuadrado que esté libre. Estos objetos se pueden "editar" seleccionándolos (por cliqueo) y tecleando ⌘E. Se ofrece entonces la opción de conferir al objeto un nombre entre seis (a, b, c, d, e, f), cambiar su tamaño (de pequeño a mediano o a grande) y cambiar su forma (a una de las otras dos). Cliqueando en la ventana "Teclado" se escriben oraciones en la ventana "Oraciones". Ello también se deja hacer con el teclado genuino, como en un *wordprocessor* rudimentario, pero la ventana "Teclado" despliega precisamente todos los ingredientes que pueden entrar en una fórmula bien formada, a saber: los cinco conectivos ¬, ∧, ∨, →, ↔; los cuantificadores ∀ y ∃, los signos = y ≠, los dos paréntesis y la coma; los seis nombres arriba mencionados; las variables u, v, w, x, y, z; los predicados monádicos **Tet**, **Cub**, **Dodec**, **Small**, **Medium**, **Large**; los predicados diádicos **Smaller**, **Larger**, **BackOf**, **FrontOf**, **RightOf**, **LeftOf** y el predicado triádico **Between**. Dentro de la ventana "Oraciones" hay un marco (*dialog box*) que presenta la opción "Verifique" (*Verify*). Cliqueando en ella se obtiene que la computadora determine si una fórmula escrita y seleccionada en dicha ventana está o no bien formada; en caso afirmativo, si es una oración (no lo es si contiene variables libres), y, en tal caso, si es verdadera o falsa en la situación presentada en la ventana "Mundo". Si la fórmula no está bien formada, se destaca en la pantalla el punto donde hay un error; si no es una oración, la computadora declara qué variables están libres. Si la fórmula es una oración se abre la opción "Juego" (*Game*). Aparte del diagnóstico de la computadora —o antes de pedirlo— uno declara que la fórmula seleccionada es verdadera o que es falso. La computadora entonces lanza sucesivamente una serie de preguntas sobre las implicaciones de la aseveración que uno acaba de hacer. Por ejemplo, acabo de declarar verdadera la fórmula $\forall x(\mathsf{Large}(x) \rightarrow (\mathsf{Dodec}(x) \vee \exists y\, \mathsf{FrontOf}(y,x)))$ y he cliqueado "Juego". La computadora me pregunta: "So you are committed to the truth of $\forall x(\mathsf{Large}(x) \rightarrow (\mathsf{Dodec}(x) \vee \exists y\, \mathsf{FrontOf}(y,x)))$?". Cliqueo "OK". Sigue la pregunta: "So you are committed to the truth of $\mathsf{Large}(n_1) \rightarrow (\mathsf{Dodec}(n_1) \vee \exists y\, \mathsf{Front\ Of}(y,n_1)))$?" al mismo tiempo que se marca con el nombre n_1 un objeto hasta ese momento innominado en la ventana "Mundo". Cliqueo "OK". Pregunta: "So you are committed to the truth of $\neg\mathsf{Large}(n_1) \vee (\mathsf{Dodec}(n_1) \vee \exists y\, \mathsf{FrontOf}(y,n_1))$?" Respuesta: "OK". "Pick a disjunct you think is true: ① $\neg\mathsf{Large}(n_1)$. ② $\mathsf{Dodec}(n_1) \vee \exists y\, \mathsf{FrontOf}(y,n_1)$. Si elijo el primero, me pregunta: "So you are committed to the falsity of $\mathsf{Large}(n_1)$". "OK". "You win: The expression $\mathsf{Large}(n_1)$ is FALSE". En cambio, si elijo el segundo, que de hecho es falso, me dice "You lose, etc.". Creo que estas indicaciones bastan para dar una idea de la enorme utilidad didáctica de *Tarski's World*. Es cierto que en las universidades de habla castellana no podemos todavía ofrecer a nuestros estudiantes de lógica una sala con quince o veinte computadoras para una sesión de ejercicios. Pero los que puedan pagarse una computadora propia, o tengan individualmente acceso a las que hay disponibles en laboratorios y oficinas universitarias pueden con este programa llegar a dominar velozmente la semántica tarskiana de la lógica de primer orden en forma fácil y amena.

ROBERTO TORRETTI
Universidad de Puerto Rico

A. D. IRVINE, ed. *Physicalism in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer, 1990. XXVI + 365 pp.

Esta importante antología se origina en un congresillo sobre el fisicalismo en la matemática celebrado en la Universidad de Toronto en 1988, en el que participaron Geoffrey Hellman, Yvon Gauthier, Michael Hallett, Hartry Field, Bob Hale, Alasdair Urquardt y Penelope Maddy. La antología contiene, además de versiones revisadas de seis de las siete ponencias, artículos de James Robert Brown, John Bigelow, John P. Burgess, Chandler Davis, David Papineau, Michael Resnik, Peter Simons y Crispin Wright, y una excelente introducción del editor, A. D. Irvine. Lamentablemente, el ponente del congresillo de Toronto que no está representado en la antología es Hartry Field, posiblemente el más original, y ciertamente el más controversial de todos los autores mencionados. Esta ausencia se agrava por el hecho de que la mayor parte de los artículos de esta antología hacen constante referencia a la obra de Field, varios de ellos para criticarlo, otros para contrastar sus propias concepciones con las de Field.

El marco de todas las discusiones en esta antología—y también de la obra de Field—en cierto modo lo forman, por un lado, la tesis originada en Quine y Putnam de que el principal (si no el único) argumento a favor del platonismo en la matemática es el éxito de la aplicación de la matemática a las ciencias físicas; y, por otro lado, las críticas de Benacerraf a las concepciones 'fundamentalistas' en la filosofía de la matemática y, sobre todo, su tesis de que toda concepción de la matemática tiene que ser compatible con una epistemología 'causalista', según la cual las entidades por nosotros conocidas nos afectan causalmente. Como indica Irvine en su Introducción (p. x), tesis como esta última de Benacerraf tienen el propósito de integrar la matemática a una concepción fisicalista del mundo, y eliminar cualquier compromiso ontológico que no sea requerido por las ciencias naturales. Resulta claro que las entidades matemáticas, como las concibe el platonismo clásico, no encajan fácilmente en nexos causales con los sujetos cognoscentes.

Si se aceptan las tesis anteriores, entonces parece ser que que quedan sólo dos posibles caminos a seguir. O bien se abandona completamente el realismo en la matemática y se lo sustituye por alguna otra concepción—como hace Field—, o se intenta defender una especie de realismo fisicalista—como lo hacen, por ejemplo, Maddy y Bigelow. Claro está, se puede rechazar una o más de las tesis que configuran el marco de la discusión del fisicalismo en la matemática, y varios de los autores representados en la antología así lo hacen.

La posición de Field se ubica dentro del marco caracterizado por las tesis anteriores. Field considera, siguiendo a Quine y Putnam, que el único argumento a favor del platonismo en la matemática que merece ser considerado lo constituye el éxito que ha tenido la matemática en su aplicación a las ciencias físicas. Pero siguiendo a Benacerraf, él considera que si existiesen entidades matemáticas, éstas tendrían que tener alguna conexión causal con nosotros para que nosotros pudiésemos tener conocimiento matemático. Como no existe un tal nexo causal, las entidades matemáticas no existen. La tarea que se propone Field es la de una reconstrucción nominalista–fisicalista de la matemática. Según él, las entidades matemáticas no existen y no hacen falta, los enunciados existenciales de la matemática son todos falsos, y los enunciados universales son todos vacuamente verdaderos. La matemática facilita el proceso deductivo en las ciencias físicas, pero no aporta ninguna ontología.

Respecto de Field, el mismo Irvine en la Introducción asume una posición muy crítica. El nos dice (p. xiii) que si Field tuviese razón al sostener que los términos matemáticos no tienen referente, enunciados matemáticos que parecen muy evidentes serían falsos, mientras que enunciados como »No existe ningún número primo mayor que 100«, que es equivalente a la negación de uno de los teoremas fundamentales de la teoría de números, serían verdaderos, ya que como, según Field, no existe número alguno, no existen números primos mayores que 100. Por otro lado, Irvine recalca (p. xvii), como lo hacen otros autores representados en la antología, que aún cuando el programa de Field resultara exitoso en el sentido de proveer una traducción nominalísticamente aceptable de todo enunciado matemático, se podría arguir que eso no resuelve el problema. Al respecto, él nos dice (p. xvii), siguiendo a Bigelow, que aunque las oraciones »Pedro y Juan son hermanos« y »Hay dos personas diferentes, cada una de las cuales es progenitor de Pedro y de Juan« sean equivalentes, eso no quiere decir que se tenga que— o que sea conveniente— eliminar a los progenitores de nuestra ontología.

En lo que concierne al platonismo, tanto ontológico como epistemológico, este involucra, según Irvine (pp. xix-xx), las siguientes tesis:

(i) Las entidades matemáticas existen con independencia del pensamiento humano y de nuestra habilidad para obtener conocimiento sobre ellas.
(ii) Tales entidades no son físicas, y existen fuera del espacio y el tiempo.
(iii) Los enunciados de la matemática son verdaderos o falsos, independientemente de nuestra habilidad para obtener conocimiento sobre ellos.
(iv) Tales enunciados obtienen sus valores veritativos como resultado de las propiedades de las entidades matemáticas de las que hablan (y no, por ejemplo, como resultado de propiedades de los lenguajes —naturales o formales— a que pertenecen).
(v) Es posible referirse inequívocamente a tales entidades.
(vi) Es posible obtener conocimiento de dichas entidades.

Toda suerte de realismo fisicalista (o inmanente, como lo llama Irvine) acepta la tesis (i), rechaza la tesis (ii), y suele aceptar versiones de las tesis (iii) a (vi). En el caso de la tesis (vi), por ejemplo, algunos realistas–fisicalistas, como Maddy, niegan que las entidades matemáticas sean causalmente inertes, lo que les permite aceptar la tesis de la epistemología causalista y a la vez sostener que tenemos conocimiento de entidades matemáticas.

Pasemos ahora a comentar un poco más de cerca algunos de los artículos de esta antología. Hemos seleccionado los artículos de Burgess, Resnik, Brown,Wright, Hale y Maddy, tanto por su interés intrínseco como porque son representativos de distintos enfoques a la problemática general de la antología.

I

El artículo de John P. Burgess "Epistemology and Nominalism" es, por un lado, un artículo general que puede servir como una introducción adicional a las distintas posiciones representadas en la antología. Por otro lado, el artículo contiene fuertes e interesantes críticas dirigidas tanto a la concepción particular de Field como al marco general de la discusión.

Al comienzo de su artículo Burgess formula (p. 3) la tesis de Benacerraf de la concepción causal del conocimiento aproximadamente del modo siguiente: Aunque la creencia en una aserción o teoría que implica o presupone que hay objetos de una suerte particular sea verdadera, ella no puede constituir conocimiento a no ser que algunos objetos de esa suerte actúen directa o indirectamente sobre nosotros. A dicha tesis él añade (p. 4) la tesis adicional de que los números, conjuntos y entidades similares no actúan sobre nosotros.

Como hemos indicado más arriba, la tesis de la concepción causal del conocimiento es uno de los pilares principales del marco de la discusión que estamos considerando. Las importantes observaciones que hace Burgess sobre este asunto en la p. 6 son dignas de mencionarse. En su artículo 'Mathematical Truth', Benacerraf cita, como una de las principales fuentes de las que toma prestada su concepción causal del conocimiento, el artículo de 1967 de A.I. Goldman 'A Causal Theory of Knowing'. Sin embargo, Burgess indica que Goldman ha cuestionado su propia teoría causal del conocimiento , y—lo que es aún más importante—en el artículo citado por Benacerraf, Goldman restringe su teoría causal del conocimiento al conocimiento contingente en contraste con el necesario, lo que, como observa Burgess, parece excluir la aplicación de la teoría causal a la matemática pura y hace cuestionable su aplicación a la física matemática. Aparte de las otras debilidades que pueda tener (y que tiene) la concepción causal del conocimiento, este punto destacado por Burgess parece ser indicio de que la adopción por parte de Benacerraf y otros de dicha concepción representa más un prejuicio que el resultado de una seria reflexión epistemológica.

En lo que concierne a los reconstructivistas como Field—no Benacerraf—, Burgess también tiene algunas críticas que hacerles. Primeramente, Burgess subraya (p. 6) que hay enunciados en las ciencias físicas -y no sólo en la matemática- que parecen presuponer que existen números. Los reconstructivistas como Field tendrían que mostrar que tales enunciados admiten una interpretación nominalista y, más aún, que, a pesar de las apariencias, ésta es la manera correcta de interpretar un tal enunciado. Burgess comenta con cierto cinismo que ningún reconstructivista ha publicado sus reconstrucciones en una revista de lingüística para que puedan ser evaluadas por especialistas. Una manera de leer a los reconstructivistas, nos dice Burgess (p. 8), es como proponiendo alternativas a las teorías vigentes. E inmediatamente añade, también con un poco de cinismo, que ninguno de los reconstructivistas ha publicado sus reconstrucciones de las teorías físicas en revistas de física, para que sean los físicos mismos los que determinen si tales reconstrucciones son superiores o, por lo menos no son inferiores, bajo estándares científicos a las teorías vigentes. De hecho, Burgess considera (p. 9) que las alternativas de Field y otros reconstructivistas son inferiores a las teorías vigentes tanto en lo que concierne a la familiaridad como al poder y libertad de los recursos matemáticos. Más aún, nos dice Burgess (p. 10) que la economía ontológica que alcanzan dichas reconstrucciones se logra a expensas de una cierta artificialidad y una excesiva prodigalidad en los recursos lógicos. Y, sin embargo, comenta Burgess (p. 11), la tesis de que la búsqueda de economía en la ontología matemática ha jugado un papel importante en las decisiones de los científicos es altamente cuestionable, pues más bien parece ser que casi todos los cambios propuestos y aceptados en los recursos matemáticos de la física han aumentado su poder y libertad. Burgess concluye que los nominalistas-fisicalistas como Field están muy lejos de haber logrado establecer su tesis.

II

Michael Resnik, en su artículo "Beliefs about Mathematical Objects", como en otros trabajos suyos, defiende una especie de platonismo que podemos llamar estructuralista, para así contrastarlo, por ejemplo, con el de Frege. Como buen platonista, Resnik sostiene que los objetos matemáticos existen con independencia de nuestra mente. Según Resnik (p. 42), nosotros no tenemos ningún tipo de vínculo perceptivo o intuitivo con los objetos matemáticos, los cuales son, para Resnik, posiciones en patrones. Lo más que logramos ver, nos dice Resnik (p. 43), son ejemplos de ciertos patrones matemáticos abstractos, por lo que nuestro conocimiento de las entidades matemáticas es, a lo sumo, indirecto y mediado mediante isomorfismos. De acuerdo a Resnik (p. 43), tenemos conocimiento de las entidades matemáticas mediante la postulación de patrones matemáticos abstractos e isomorfismos, y de la tesis de que los patrones matemáticos abstractos se relacionan mediante estos isomorfismos con las representaciones concretas. No hay, pues, cabida en la teoría de Resnik para rol causal alguno de las entidades matemáticas en la generación de nuestras creencias matemáticas. De hecho, él observa (pp. 45-46) que la concepción causal del conocimiento enfrenta problemas incluso cuando se la utiliza para explicar la referencia a ciertos objetos de la física teórica, ya que los físicos a menudo teorizan sobre partículas físicas mucho antes de tener la menor evidencia experimental de ellas. Más aún, no podemos interactuar causalmente con objetos físicos fuera de nuestro horizonte de eventos, y, no obstante, nos referimos exitosamente a ellos. Resnik concluye (p. 46) que si la concepción causal del conocimiento fracasa en el caso de la física teórica, con más razón debe fracasar en el caso matemático. (Como veremos más adelante, Brown le hace una crítica similar a la concepción causal del conocimiento, aunque la elabora con mucho mayor detalle).

Aunque la concepción de Resnik parece interesante, su presentación es demasiado esquemática y poco madura, por lo que resulta difícil enjuiciarla adecuadamente. Hay un punto, sin embargo, sobre el que Resnik se ha expresado claramente y sobre el que nos parece que está equivocado. Se trata del problema de la posibilidad misma de tener contacto con las entidades matemáticas, y de la legitimación del conocimiento matemático. El rechazo por parte de Resnik de todo tipo de intuición de entidades matemáticas puede hacer poco creíble su platonismo ontológico, y difícil de justificar la no-arbitrariedad del conocimiento de la matemática pura. Creemos que Resnik se ha apresurado demasiado al concluir que en vista de que no tenemos interacción causal con las entidades matemáticas, no podemos relacionarnos epistemológicamente con ellas. El rechazo de una epistemología causal de la matemática no conlleva el rechazo de toda epistemología de la matemática.

III

En su artículo "Field and Fregean Platonism", Crispin Wright presenta un argumento a favor del platonismo, extraído de escritos de Frege. Wright argumenta (pp. 73-74) que expresiones como los numerales y expresiones formadas al aplicar el operador numérico "el número..." a un predicado, son usados como términos singulares en enunciados aritméticos, muchos de los cuales son verdaderos, por lo que dichos términos singulares tienen que tener un referente, y ese referente tiene que ser un objeto. Esto último se basa en que, para Frege, el referente de un término singular, de tenerlo, es un objeto. Lo esencial del argumento de Wright consiste en que la ocurrencia de un término singular en un enunciado verdadero de la suerte apropiada le asegura al término singular un referente, el cual es un objeto.

Ahora bien, Wright nos dice (p. 74) que el argumento anterior es correcto a no ser que, o bien los términos singulares de la aritmética no funcionen realmente como tales, o los enunciados aparentemente verdaderos en cuestión, en los que ellos ocurren, no sean realmente verdaderos. Esta última opción es la aceptada por Field, con quien Wright ha sostenido una prolongada discusión. Field acepta, según Wright (p. 77) que las expresiones numéricas funcionan como términos singulares en los enunciados aritméticos, y que la verdad de estos requiere la existencia de números como objetos, pero no considera a dichos enunciados verdaderos.

Aunque no podemos examinar de cerca esta polémica —y ciertamente rechazamos la concepción de Field, aunque por razones que tienen más afinidad con las expresadas por otros autores en la antología que con las ofrecidas por Wright—, nos parece pertinente prevenir un poco frente al argumento de Wright. Primeramente nos parece apropiado separar las siguientes dos tesis: (i) Si ciertos enunciados en los que ocurre un término singular son verdaderos, entonces dicho término singular tiene un referente. (ii) El referente de un término singular es un objeto (y el de una expresión funcional es una función).

Esta última tesis, sostenida por Frege, pretende tomar como válido un determinado isomorfismo entre el lenguaje y la ontología. Pero como el mismo Frege tuvo que reconocer al final de su vida dicho paralelismo a menudo sólo sirve para confundir. De hecho, desde la época en que escribió "Sobre Concepto y Objeto" Frege estaba consciente de que una tal armonía preestablecida entre lenguaje y objeto generaba ciertas dificultades, aunque entonces él las consideraba más aparentes que reales. (Más aún, en el contexto de un curso de literatura se puede decir que es verdadero que Hamlet tenía demasiadas propiedades o realizó determinadas acciones, sin pretender que Hamlet realmente existió). Aún cuando la tesis (i) fuese verdadera, no habría garantía alguna de que los referentes de las expresiones numéricas tendrían que ser objetos en algún sentido análogo a los objetos usuales. (Claro está, Frege usa la palabra objeto de una forma tan omnicomprensiva que sólo las funciones —que incluyen a las relaciones y a los conceptos— se libran de ser objetos). Más aún, para que la tesis del paralelismo ontológico-gramatical de Frege-Wright pueda ser tomada en serio y se libre del carácter parroquial que parece acompañarla, habría que constatar que en los varios miles de lenguajes naturales que se conocen las expresiones numéricas son términos singulares. Pero aún cuando se constatase un tan poco plausible hecho, habría que argumentar convincentemente que tenía que ser así para todos los lenguajes naturales, y, más aún que dicha necesidad no depende en modo alguno de la peculiar constitución humana y sus inherentes limitaciones (sino que, por ejemplo, en un lenguaje de un 'dios' cualquiera, libre de todas nuestras limitaciones, también las expresiones numéricas serían términos singulares).

En lo que respecta a la tesis (i) de que si ciertos enunciados son verdaderos, los términos singulares que ocurren en ellos tienen que tener referente, ella tampoco es inexpugnable. Primeramente, recordemos que Frege está muy consciente de que no todo término singular posee un referente. Por ejemplo, el término singular aritmético 'el mayor número primo' carece de referente. Sin embargo, dicho término singular puede ocurrir en enunciados que muchos matemáticos—no Frege—considerarían verdaderos, por ejemplo, «El mayor número primo no existe». Más importante aún, consideremos los nombres de personajes claramente ficticios, como 'Hamlet', o de dudosa historicidad, como 'Odiseo'. Nosotros diríamos con Frege que tales términos singulares carecen de referente, y que los enunciados en que ocurren en las respectivas obras literarias carecen de valor veritativo (lo que para Frege significa lo mismo que carecer de referente). Sin embargo, posiblemente muchos griegos de la antigüedad consideraban a la Iliada y a la Odisea como recuentos históricos, y un niño que lea alguna de esas obras literarias, o incluso el Hamlet, podría creerse que son trozos de historia. Una persona con tales creencias consideraría que los enunciados en que ocurren los términos singulares 'Odiseo' y 'Hamlet' en las respectivas obras literarias son verdaderos o falsos, y, por ende, siguiendo la argumentación de Wright, también creería que dichos términos singulares tienen referente. Resulta claro que la persona con esas creencias parte de unos supuestos —a saber, que los textos en cuestión son de carácter histórico— que nosotros no compartimos. Ahora bien, un nominalista- fisicalista como Field podría alegar que con la matemática sucede algo similar. Al aceptar los axiomas de una teoría matemática (o, de un modo más informal, al aceptar los teoremas más intuitivos de una teoría matemática cualquiera), se toma como verdaderos a los teoremas existenciales de la teoría y se le atribuyen referentes a sus términos singulares, sin percatarse de que se trata de una ficción o ilusión, basada en ciertos presupuestos tan o más arraigados en nosotros que lo que está en aquellas personas 'ingenuas' la creencia en el carácter de documento histórico de lo que en realidad es una ficción literaria. En todo caso, el nominalista-fisicalista podría arguir que la diferencia es de grados: una ficción está mejor sedimentada que la otra. Pero, en realidad, tanto los enunciados matemáticos existenciales como los enunciados que, de ser verdaderos, implicarían la existencia de 'Odiseo' o de 'Hamlet', son falsos. Para librarse de esta dificultad y lograr establecer una clara línea divisoria entre la ficción literaria y la matemática, Wright se vería obligado a recurrir al argumento del éxito de la matemática en su aplicación en las ciencias físicas, así pues, al argumento de indispensabilidad de Quine y Putnam. Pero en este caso Wright se vería arrastrado al terreno de Field, quien sólo tendría que hacer una reconstrucción ficcionalista generalmente aceptable de la matemática utilizada en las ciencias físicas, para considerar que ha logrado refutar al platonismo. Pero lo que ocurre realmente es que ni el argumento de Frege-Wright ni el de Quine-Putnam son los más adecuados para defender el platonismo frente a las críticas de Field.

IV

El artículo de James Brown "Π in the Sky" es posiblemente el artículo más representativo del platonismo clásico en la antología, y uno de los que contiene críticas más fuertes a la concepción de Field. Brown no sólo sostiene (p. 95) que apelando a entidades platónicas se da mejor cuenta de la matemática, sino que dichas entidades matemáticas son en cierto modo responsables de nuestras intuiciones e intelecciones matemáticas. Según Brown (pp. 96-97), el platonismo en la matemática se compone de las siguientes cuatro tesis, las primeras dos de las cuales corresponden al platonismo ontológico y las últimas dos al platonismo epistemológico (compárese con la caracterización de Irvine ofrecida más arriba):

(i) Los objetos matemáticos, al igual que los objetos físicos, existen con independencia de nosotros.

(ii) Los objetos matemáticos son entidades abstractas, que existen fuera del espacio y el tiempo.

(iii) Conocemos acerca de los objetos matemáticos en parte mediante la habilidad de nuestra mente para intuir o captar de algún modo por lo menos algunos de ellos. No necesitamos, sin embargo, intuir directamente todos los objetos matemáticos que conocemos, sino que a algunos los conocemos mediante conjeturas, tal y como son conocidas las entidades teóricas en la física. Algo similar ocurre con los axiomas matemáticos: algunos son intuidos directamente y otros son conjeturados.

(iv) Aunque independiente de los sentidos, el proceso de aprendizaje matemático no es infalible. Pues como nuestra teorización matemática es conjetural, dicho proceso puede ser a veces incorrecto.

Brown sostiene (p. 98) que el platonismo —a diferencia, por ejemplo, del convencionalismo y del constructivismo— hace inteligible la verdad en la matemática. Un enunciado matemático es verdadero o falso del mismo modo en que es verdadero o falso un enunciado sobre un objeto físico. Por otro lado, nos dice Brown (p. 98) que la concepción de Quine y otros de que conocemos la verdad de los enunciados matemáticos al examinar su aplicación a las ciencias físicas, ignora totalmente la obviedad intuitiva de enunciados aritméticos como, digamos, »2 es el sucesor de 1« o »2 es menor que 3«, en contraste con los enunciados más sencillos de las ciencias físicas. Más aún, Brown arguye (p. 98) que incluso la física requiere que existan entidades abstractas. Brown considera correctamente (p. 99) que el argumento de indispensabilidad de Quine-Putnam es posiblemente el argumento menos convincente a favor del platonismo, y que se debe argumentar a favor de este último desde la matemática pura.

Por otro lado, Brown sostiene (pp. 101-102) que la explicación de Quine de que la matemática, al igual que la ciencia teórica, es puesta a prueba hipotéticamente mediante las llamadas oraciones observacionales, no encaja con la historia de la ciencia. En dicha historia, nos dice Brown (p. 102), ante un resultado empírico inesperado, nunca se ha concluido que la matemática utilizada (o parte de ella) ha sido refutada y requiere modificación, sino que la teoría física (o parte de ella) ha sido falsada. Brown sostiene (p. 102) contra Quine que la matemática opera en la ciencia no en la forma de premisas adicionales, sino proveyendo modelos. Un científico conjetura que el mundo (o una parte del mismo) es isomorfo a alguna estructura matemática E. Se hacen explicaciones y predicciones computando dentro del modelo matemático y traduciendo al lenguaje científico. Si se produce un fracaso empírico, nos dice Brown (p. 102), a nadie se le ocurre modificar la estructura matemática, sino buscar otra estructura matemática diferente G, y conjeturar que esta nueva estructura es isomorfa al mundo (o a la parte en cuestión del mismo). La experiencia no afecta, concluye correctamente Brown (p. 102), nuestra concepción de la estructura E, sino más bien nuestra creencia de que el mundo físico (o una parte del mismo) es isomorfo a E en vez de a G.

Brown critica brevemente (pp. 103-105) las concepciones de Maddy y Chihara sobre la matemática, pero no vamos a detenernos en dichas críticas. No podemos pasar por alto, sin embargo, la pertinente observación de Brown (pp. 108-109) de que las concepciones actuales sobre la percepción y el conocimiento son altamente teóricas y de reciente adquisición, y muy bien podrían ser incorrectas, como lo han sido otras en el pasado. Esto aplica en particular a la notoria concepción causal del conocimiento. Según Brown (p. 109), el hecho de que hasta ahora el platonismo no haya logrado desarrollar una satisfactoria epistemología de la matemática, no lo invalida. Por otro lado, nos dice Brown (p. 110) que la concepción causal del conocimiento confronta dificultades—aún no resueltas satisfactoriamente—con las generalizaciones.

Brown concluye su artículo (pp. 111 y ss.) con un argumento sacado de la física cuántica contemporánea, el cual combina una adaptación de un experimento imaginario diseñado por Einstein, Podolsky y Rosen con otros propósitos, con consecuencias de un teorema de J.S. Bell que precisamente tienden a refutar la conclusión que aquellos investigadores pretendían obtener. El argumento es el siguiente: Imaginemos una partícula con un determinado "spin" que se desintegra en dos fotones que viajan en direcciones opuestas. En vista de que el "spin" se conserva, si medimos el "spin" de uno de los dos fotones, conoceremos el "spin" del segundo fotón. Esto ocurre aunque cada fotón esté fuera del cono de luz del otro fotón. Ahora bien, en vista de que la velocidad de la luz es, de acuerdo a la teoría especial de la relatividad, una cota superior para la velocidad de cualquier señal, al estar cada fotón fuera del cono de luz del otro fotón, la medición del "spin" de cualquiera de los dos fotones no ejerce influencia alguna en el 'spin' del otro fotón. Por ende, no hay conexión causal directa alguna entre los dos fotones. Pero tampoco hay una conexión causal indirecta, mediada por una causa común de los "spins" de ambos fotones, ya que, en virtud de un famoso teorema de J.S. Bell, no existen variables ocultas. Por consiguiente, tenemos conocimiento del "spin" del fotón cuyo "spin" no ha sido medido, pero ese conocimiento no tiene conexión causal alguna (directa o indirecta) con nuestra medición del "spin" del otro fotón. Brown concluye (p. 112) que tenemos conocimiento físico en el que no media una conexión causal, por lo que la concepción causal del conocimiento es falsa incluso en la física.

La conclusión de Brown no debería extrañar a nadie. Lo que sí debería extrañar es que después de casi un siglo de mecánica cuántica y de casi un cuarto de siglo del colapso total de todas las variantes del empirismo lógico en la filosofía de la ciencia, haya todavía filósofos que defiendan una teoría tan primitiva como la concepción causal del conocimiento y, lo que es aún peor, le pongan exigencias al conocimiento matemático que no le pueden hacer a una parte importante del conocimiento en las ciencias físicas. Ciertamente, Quine logró asestarle un duro golpe a la versión positivista-lógica del empirismo. Pero el empirismo que está en la base de la obra de Quine y de toda esa corriente de la filosofía anglosajona contemporánea que de él se nutre—de la que forman parte Benacerraf, Putnam, Field y muchos otros—, es tan incapaz de entender y de hacerle justicia al conocimiento matemático como el empirismo-lógico de sus abuelos vieneses y como el historicismo de nuevo cuño desde Kuhn hasta Kitcher.

V

El artículo "Nominalism" de Bob Hale consiste casi exclusivamente de una discusión crítica de la filosofía de la matemática de Field. A diferencia de las otras críticas al programa de Field que hemos examinado, la crítica de Hale es en cierto modo una crítica interna, que parte de los supuestos del proyecto de Field y trata de mostrar que dicho proyecto tropieza con graves dificultades que impiden su realización. En vista de que dicha interesantísima crítica es muy detallada y la mera exposición de sus aspectos más sobresalientes requiere bastante espacio, limitaremos a un mínimo nuestros comentarios evaluativos. Baste con indicar que nos parece que a Field le ha de resultar bastante difícil contestar satisfactoriamente las objeciones de Hale sin recurrir a alguna suerte de malabarismo argumentativo.

Antes que nada recordemos que Field reconoce como argumento a favor del platonismo exclusivamente el argumento de Quine–Putnam, por lo que él cree que podría establecer la corrección de su concepción si él lograse mostrar que para explicar la aplicabilidad de la matemática en las ciencias físicas no es necesario presuponer que la matemática es verdadera. Recordemos también que, a diferencia de los constructivistas y de nominalistas más tradicionales, Field no pretende desterrar partes de la matemática clásica por conducir a conclusiones que pudiesen ser nominalísticamente inaceptables. Ahora bien, como correctamente observa Hale (pp. 122-23) Field introduce la noción de conservatividad y sostiene que toda buena teoría matemática es conservadora, precisamente para poder justificar el que un nominalista haga uso de toda la matemática clásica que desee para derivar enunciados nominalistas a partir de conjuntos de enunciados nominalistas. La conservatividad es caracterizada por Hale, siguiendo a Field, del modo siguiente: Una teoría matemática T es conservadora si, para cualquier aserción nominalista S y conjunto de aserciones nominalistas N, si $N \cup T \models S$, entonces $N \models S$.

Hale argumenta (p. 123) que una persona que cree que las teorías matemáticas clásicas son conjuntos de verdades necesarias, deberá creer que tales teorías son conservadoras. Sin embargo, un nominalista como Field no tiene que creer que la matemática clásica es conservadora. Como correctamente recalca

Hale (p. 123), es sólo porque Field, a diferencia de los nominalistas clásicos, quiere legitimar el uso por parte del nominalista de toda la matemática clásica en el proceso deductivo, que él tiene que creer que ella es conservadora y, además, tiene que poder justificar dicha creencia.

Hale comenta (p. 124) que si bien es cierto que la noción de consecuencia que Field utiliza en la explicación de la conservatividad es la noción semántica—lo que parecería presentarle dificultades a Field si dicha noción trasciende el marco de lo que es explicable teórico-demostrativamente—, como correctamente observa Hale (pp. 124-125), Field explica las nociones semánticas de consecuencia y consistencia no modelo-teóricamente sino modal-teóricamente, a saber, del modo siguiente: (i) una inferencia es semánticamente válida si y sólo si no es posible que todas las premisas sean verdaderas, pero la conclusión falsa; y (ii) un conjunto de enunciados es semánticamente consistente si y sólo si es posible que todos esos enunciados sean simultáneamente verdaderos. Entonces la creencia del nominalista de que una teoría matemática T es consistente se reduce, comenta Hale (p. 125), a la creencia modal de que $\Diamond(Ax_t)$ —léase: es posible que todos los axiomas de T sean simultáneamente verdaderos. Ahora bien, nos dice Hale (pp. 125-126), si $\Diamond(Ax_t)$ y si $S_1,\ldots, S_n$ son los axiomas de T, entonces el nominalista tiene que creer que los axiomas de T (junto con todas sus consecuencias) podrían ser verdaderos, es decir, que $\Diamond S_1,\ldots, \Diamond S_n$. Así pues, como los enunciados matemáticos existenciales son falsos, según Field, ya que no existen las entidades abstractas que tendrían que existir para hacerlos verdaderos, pero podrían ser verdaderos, cabe concluir que ellos son contingentemente falsos. Por ende, arguye Hale (p. 126), tendría que ser posible, en principio describir aquellas circunstancias en las que tales enunciados matemáticos falsos serían verdaderos. Más aún, un nominalista como Field tendría que poder describir dichas circunstancias en términos no-platonistas. Sin embargo, Hale observa (p. 126) que la creencia de Field en la conservatividad de la matemática lo obliga a considerar irrealizable dicha tarea. La dificultad en cuestión se deriva, según Hale, (p. 126) de la combinación de la creencia en la conservatividad de la matemática con la concepción de que ella es contingente. Es por ello, nos dice Hale (p. 126), que el platonista clásico puede creer sin problemas en la conservatividad de la matemática, pues para él un enunciado matemático es necesariamente verdadero o necesariamente falso.

Más adelante (pp. 130 y ss.) Hale se pregunta si el considerar la inexistencia de los objetos abstractos como una necesidad, y no como una mera contingencia, no nos permitiría defender de algún modo la idea de que la utilidad de la matemática sólo requiere su conservatividad y no su verdad. Hale argumenta (pp. 130-131), sin embargo, que en tal caso, si entendemos la noción de consecuencia modalmente -como aparece en la definición de conservatividad—, entonces ninguna teoría matemática T sería conservadora. Pues sí Ax_t es necesariamente falsa, $Ax_t \cup N$ es necesariamente falsa. De aquí se sigue, añade Hale (pp. 130-131) que todo enunciado nominalista S, incluyendo a aquellos que no son consecuencias de N, sería una consecuencia de $Ax_t \cup N$, en el sentido modal de que sería imposible que $Ax_t \cup N$ fuese verdadera y S falso. Aquí se presupone que N por sí sola es consistente—pues, de lo contrario, todo enunciado S sería una consecuencia de N—, pero como correctamente observa Hale (p. 131), no hay razón alguna para suponer que N no es consistente. De lo contrario se sigue que la teoría T no sería conservadora. Hale sugiere (pp. 133-134) que esta revisión de la concepción de Field tendría entonces que explicar teórico–demostrativamente la noción de consecuencia que ocurre en la definición de conservatividad. La definición de conservatividad leería entonces así: T es conservadora si y sólo si todo enunciado nominalista S que es formalmente deducible de $Ax_t \cup N$ (donde N es cualquier conjunto consistente de enunciados nominalistas) es una consecuencia formal de N solamente. Resulta claro que si una teoría matemática T fuese teórico–demostrativamente inconsistente, ella no sería conservadora, por lo que, como indica Hale (p. 134), la consistencia teórico–demostrativa se convierte en una condición necesaria de su conservatividad.

No obstante, Hale no se entusiasma mucho ni con esta revisión de la concepción de Field ni con la sugerencia que le hace al nominalista casi al final del artículo (p. 137) de que adopte una suerte de formalismo.

VI

Finalmente, vamos a comentar un poco el artículo de Penelope Maddy "Physicalistic Platonism". Maddy, al igual que Bigelow, representa esa corriente híbrida que podemos llamar 'realismo fisicalista', y que ella preferiría llamar 'platonismo fisicalista' o, tal vez, 'platonismo naturalizado'. Maddy acepta los presupuestos de Benacerraf y de Quine–Putnam, pero rechaza concepciones como la de Field. Por un lado, ella acepta con Benacerraf la aplicabilidad de la concepción causal del conocimiento al conocimiento matemático y, por otro lado, acepta con Quine, Putnam y Field que el mejor argumento a favor de la existencia de las entidades matemáticas es el argumento de la indispensabilidad de la verdad de los enunciados matemáticos para su exitosa aplicación en las ciencias físicas. Pero ella considera que se puede ofrecer una concepción realista de la matemática que sea tan aceptable como la mejor forma de nominalismo. Maddy considera (p. 260) que la matemática es la ciencia de algo objetivo, a saber, de objetos matemáticos, pero rechaza el que estos sean abstractos, no–espacio–temporales, e igualmente el que existan necesariamente y el que sean causalmente inertes. Según Maddy (p. 264), las aplicaciones ofrecen la mejor evidencia de que la matemática en general es verdadera, y una vez se acepta la verdad de una parte de la matemática, se puede obtener evidencia desde la matemática misma que sirva para establecer la verdad (o falsedad) de la matemática restante. Ahora bien, en vista de que Maddy acepta la premisa de Benaceraf, ella nos dice (p. 265) que un filósofo (como ella misma) que sostenga que tenemos conocimiento de verdades matemáticas tiene que ofrecer una explicación fisicalistamente aceptable de nuestra interacción cognitiva con los objetos de los que son verdades dichas verdades matemáticas.

Maddy sostiene (pp. 266-67) que su "platonismo" es muy similar al de Gödel, ya que para este último algunos axiomas teóricos de la matemática se justifican intuitivamente, y otros hipotéticamente, por sus consecuencias. Sin embargo, esta similaridad que alega Maddy es totalmente superficial, y nos parece que tiene el único propósito de invocar una gran autoridad para ocultar la debilidad de su concepción. Maddy misma reconoce (p. 267) que para Gödel las entidades matemáticas son abstractas, no–espacio–temporales. Pero, además, Gödel no aceptaría ni la tesis de Quine–Putnam de que el mejor argumento a favor de la existencia de las entidades matemáticas es el de la indispensabilidad, ni mucho menos la tesis de Benacerraf de que la concepción causal del conocimiento tiene que aplicarse al conocimiento matemático. Más aún, para Gödel las entidades matemáticas serían —contrario a la concepción de Maddy— causalmente inertes. Por último, cuando Gödel habla de que intuimos los objetos matemáticos él no está pensando —como Maddy— que los percibimos sensiblemente, sino que los percibimos de una manera análoga a la percepción sensible. Probablemente Gödel tenía en mente una suerte de percepción categorial similar a la concebida por Husserl. De hecho, como es sabido (véase el libro de Hao Wang, *Reflections on Kurt Gödel*), Husserl, junto con Platón y Leibniz, era uno de los tres filósofos con los que Gödel creía tener mayor afinidad.

Según Maddy (p. 267), nosotros percibimos sensiblemente conjuntos impuros de objetos físicos, y dichos conjuntos están tan ubicados en el espacio y en el tiempo como los objetos físicos que los componen. De hecho, para Maddy los conjuntos impuros no sólo son perceptibles, sino que no son causalmente inertes. Maddy rechaza la necesidad de conjuntos puros. Los objetos matemáticos formarían según Maddy (p. 270), una jerarquía radicalmente impura, generada a partir de átomos [*Urelemente*] físicos por la operación del conjunto potencia. No hay cabida en esta jerarquía para el conjunto vacío, el cual quedaría excluido en cada etapa de formación de un conjunto potencia. La ontología de su 'platonismo naturalizado'—quizá sería mejor llamarlo 'platonismo desnaturalizado'—comienza sólo con objetos físicos y conjuntos de ellos. Maddy identifica a un objeto con su conjunto–unidad. De hecho, para ella los objetos físicos ordinarios son conjuntos–unidades. De este modo, según Maddy (p. 273), todo objeto físico es a la vez matemático, y hay una sola realidad que es tanto física como matemática. La epistemología del 'platonismo naturalizado' de Maddy se divide en: (i) justificaciones elementales perceptivas (en términos de la percepción ordinaria), y (ii) justificaciones teóricas de nivel más alto.

Al final de su artículo (p. 284) Maddy sugiere que se modifique el universo de la teoría de conjuntos, de modo que los individuos sean identificados con sus conjuntos-unidades, y que se excluyan los conjuntos puros (entre ellos, el conjunto vacío, el cual -como vimos más arriba- no tiene cabida en la jerarquía de conjuntos de Maddy). Aparte de la insolencia de esta sugerencia de Maddy (a los ojos de cualquier matemático clásico), Maddy parece pasar por alto el hecho de que si se excluye el conjunto vacío (y los demás conjuntos puros) del universo conjuntista y se identifica a los individuos con sus conjuntos—unidades, lo que obtenemos es una teoría mucho más cercana a la mereología que a las teorías de conjuntos usuales. Lo que está proponiendo Maddy es una modificación de la matemática similar a las propuestas intuicionistas, finitistas, etc., y no una explicación—por lo menos no una adecuada—de cómo es que tenemos conocimiento de las propiedades de (y relaciones entre) las entidades abstractas de las que se ocupa la matemática clásica. En su artículo, Maddy quiere mostrar que su 'platonismo fisicalista' es una opción tan buena para el fisicalista como el nominalismo de Field. Y ella ha logrado mostrar que su concepción es tan inadecuada para explicar la naturaleza de la matemática como el nominalismo de Field, aunque ciertamente mucho más ingenua y primitiva que este último.

GUILLERMO E. ROSADO HADDOCK
Universidad de Puerto Rico

DAVID SOBREVILLA, ed. *Filosofía, política y estética en la Crítica del Juicio de Kant: Actas del Coloquio de Lima conmemorativo del bicentenario de la tercera Crítica*. Lima: Instituto Goethe de Lima, 1991. 277 pp.

Las actas del Coloquio de Lima dedicado a la tercera Crítica en su aniversario, cuidadosamente editadas por el profesor David Sobrevilla, contienen 11 ponencias, una página de presentación del entonces director del Goethe Institut, Dr. Ralf Eppeneder y una Introducción del editor. En ella dice el Prof. Sobrevilla: "En mi opinión, en América Latina es absolutamente fundamental la tarea de repensar la filosofía occidental.... Pero no hay que hacerlo acríticamente, sino examinando la tradición de la filosofía desde los más altos estándares del conocimiento y desde los problemas que plantea nuestra propia realidad" (p. XII). Aquí se expresa el programa al que el Prof. Sobrevilla ha dedicado sus estudios y libros, el mismo que también le inspiró la idea de celebrar la reunión limeña patrocinada por el Goethe Institut.

Participaron en el Coloquio especialistas latinoamericanos y alemanes y también un profesor belga. La reunión produjo un conjunto interesantísimo y muy instructivo de trabajos, en que se desarrollan temas muy diversos, casi tan diferentes como los que contiene el libro de Kant. Varios ensayos versan sobre la filosofía; otros sobre el juicio, como ser, la libertad del juicio, epistemología y política en la tercera Crítica. La mayoría se refiere a cuestiones estéticas, sin embargo: tanto a lo que Kant llamaba 'estético', como el gusto y cierto género de juicios ligados a él, como a lo que hoy día llamamos de este modo, como el arte, por ejemplo. Otros, finalmente, tratan de asuntos históricos, como las ideas estéticas de Diderot y de Kant, o de cuestiones conceptuales, como el significado de *Gemüt* en el libro de Kant. La sección de la *Crítica del Juicio* dedicada a la teleología, en cambio, no concitó el interés de los participantes de igual manera que las otras partes de la obra.

Los autores representados en estas actas, cuya lectura recomendamos enfáticamente a todos los interesados en el pensamiento de Kant, son los profesores Sobrevilla de Perú, Albizu de Argentina, Loparic de Brasil, Rohden de Brasil, Heymann de Venezuela, Parret de Bélgica, Dotti de Argentina, Leyva Martínez de México, Brandt de Alemania, Oyarzún de Chile y Parra París de Colombia. El libro menciona otros participantes en el Coloquio, entre los que hay ilustres visitas del extranjero y distinguidos pensadores peruanos. Aplaudimos no sólo la publicación de las Actas sino la celebración de una reunión tan fecunda como ésta.

CARLA CORDUA
Universidad de Puerto Rico

OTROS LIBROS RECIENTES

ERNEST SOSA, *Knowledge in perspective: Selected essays in epistemology*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. XI + 298 pp.

Entre los filósofos actuales que estiman necesario prestar atención al "problema del conocimiento", Ernesto Sosa es uno de los más sutiles y originales. Especialmente significativa es su noción de *virtud intelectual*, con ecos de la ἀρετή διανοητική aristotélica, pero que, a diferencia de ésta, no *incluye* el conocimiento (ἐπιστήμη—Arist. *Eth. Nich*. VI.3), sino que lo *funda* ("to know is to believe through a faculty or intellectual virtue"—Sosa, p. 10). El presente volumen reúne los principales ensayos gnoseológicos publicados por Sosa entre 1964 y 1989. Contiene además una introducción —"Back to Basics"— y dos ensayos —"Reliabilism and Intellectual Virtue" e "Intellectual Virtue in Perspective"— que aparecen aquí por primera vez. El libro será indispensable para los estudiosos comparten los intereses de Sosa y muy útil y refrescante para los profesores que tienen que enseñar esos cursos de "Teoría del conocimiento" que sobreviven en los currículos universitarios.

R.T.

PAUL GUYER, ed. *The Cambridge Companion to Kant*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. xii + 482 pp.
TERRELL CARVER, ed. *The Cambridge Companion to Marx*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. xiii + 357 pp.
JEROME NEU, ed. *The Cambridge Companion to Freud*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. ix + 356 pp.

Estos tres volúmenes inician una nueva serie de la Cambridge University Press, destinada a facilitar el estudio de los grandes pensadores. Se anuncian futuros *Companions* dedicados a Aristóteles, Descartes, Foucault, Hegel, Heidegger, Hobbes, Hume, Husserl, Leibniz, Locke, Mill, Nietzsche, Platón, Sartre, Spinoza y Tomás de Aquino. (Obsérvese la distribución en el tiempo: dos pensadores del siglo IV a.C., uno del siglo XIII de nuestra era, cinco del XVII, dos del XVIII, cuatro del XIX, cinco del XX). A primera vista, los libros —que reúnen ensayos de autores contemporáneos sobre distintos aspectos del pensamiento "acompañado"— evocan las "Colecciones de Ensayos Críticos" sobre diversos filósofos, publicadas en los años 60 por Doubleday & Co. Pero hay diferencias importantes. Ante todo, los tres *Cambridge Companions* que tengo a la vista son colecciones de ensayos inéditos (aunque cuatro de los trece en el *Companion to Freud* habían aparecido ya en versiones algo diferentes). Además, cada volumen trae un índice alfabético de nombres y conceptos (excelente en el *Kant* y el *Freud*, más tenue en el *Marx*), como corresponde a un libro de estudio y de consulta. Por último, el ordenamiento temático parece obedecer a un plan de conjunto (éste, como cabría esperar, es más claro en el *Kant*, que sigue la familiar articulación de las tres *Críticas*).

Los tres tomos reseñados contienen cuarenta y un artículos y sería tedioso nombrarlos a todos. Daré, pues, sólo algunas indicaciones generales. El *Kant* comienza con una buena introducción panorámica por el editor y una historia del desarrollo intelectual de Kant hasta la publicación de la primera *Crítica* (por F. C. Beiser). Siguen ocho artículos sobre las distintas partes de la *Crítica de la razón pura* (por C. Parsons, J. M. Young, P. Guyer, M. Friedman, G. Hatfield, T. E. Wartenberg, K. Ameriks y O. O'Neill). Cuatro más se dedican, respectivamente, a la filosofía moral (J. B. Schneewind), la filosofía política (W. Kersting), la filosofía del arte (E. Schaper) y la filosofía de la religión (A. W. Wood). Completa el libro un interesantísimo trabajo de G. de Giovanni sobre el efecto de la filosofía kantiana entre 1781 y 1800, subtitulado "The Spinoza connection". El *Marx* contiene un largo artículo sobre "Teoría política y social: clase, estado y revolución" del conocido filósofo de las ciencias sociales Richard W.

Miller, y trabajos sobre la ciencia (J. Farr), la historia (T. Ball), la filosofía moral (J. Reiman), la filosofía política (A. Gilbert), la estética (W. Adams), la lógica (L. Wilde), la historia de la filosofía (S, Meikle) y la religión (D. Turner), entre otros. Particularmente llamativos son los artículos de Susan Himmelweit, "La reproducción y la concepción materialista de la historia: una crítica feminista" y de Jeff Hearn, "Género (*gender*): biología, naturaleza y capitalismo". El *Freud* es menos sistemático, pero cubre bien los temas los cuales uno quisiera enterarse. Fuera de los temas inevitables —lo inconsciente, la interpretación de los sueños, el complejo de Edipo, las perversiones— hallamos títulos como "Psicoarquelogía de las civilizaciones" (C. E. Schorske), "Los androides de Freud" (C. Glymour), "Freud y la comprensión del arte" (R. Wollheim), "Freud on Women" (N. J. Chodorow), para sólo nombrar cuatro.

Cada *Companion* incluye una bibliografía, que en el *Kant* y el *Freud* es una lista de lecturas, pues las fuentes *secundarias* de los ensayos se identifican en las notas de cada uno. En el *Marx*, en cambio, la bibliografía sirve la doble función de lista de fuentes y de lecturas sugeridas. Curiosamente, ella nombra sólo ediciones en inglés (incluso de Marx y Engels), salvo por el escrito de Kant, *Zum ewigen Frieden*, del que se cita una oscura edición suiza. También es unilingüe la bibliografía —bastante breve— del *Freud*, que identifica las citas del maestro por su localización en la *Standard Edition of the Complete Psychological Works of Sigmund Freud* de James Strachey y Anna Freud (1953–74). El *Kant*, gracias a Dios, tiene otro nivel de escolaridad. La bibliografía (pp. 449–471) clasificada en doce áreas temáticas, incluye títulos en inglés, alemán y francés; y, por cierto, las citas del filósofo remiten al original: las ediciones A y B de la *Crítica de la razón pura* y la *Akademieausgabe* de las otras obras. Tales diferencias, aunque probablemente ajustadas al tipo de lectores a que cada libro se dirige en primer término, también dicen algo sobre la selección natural de los estudiosos que cultivan el tema.

Magníficamente impresos con letra clara en buen papel, los *Companions* se ofrecen encuadernados en tela y en rústica.

R. T.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ, *Escritos de dinámica*. Estudio preliminar y notas de Juan Arana Cañedo-Argüelles. Traducción de Juan Arana Cañedo-Argüelles y Marcelino Rodríguez Donís. Madrid: Tecnos, 1991. LVII + 130 pp.

En la introducción a la Sección IX, "Dinámica y metafísica", de su espléndida selección de *Escritos filosóficos* de Leibniz en versión castellana, Ezequiel de Olaso señala que para Leibniz "digamos hacia 1695, la física es la propedéutica de la metafísica". Por desgracia, en ese volumen (Buenos Aires: Charcas, 1982; reseña en *Diálogos* **41**: 204–206 (1983)) no hubo cabida para una muestra, siquiera pequeña, de los escritos físicos de Leibniz. El libro breve pero enjundioso que publica ahora la Editorial Tecnos llena muy bien esa laguna. Tras un Estudio Preliminar, conciso y claro, del Prof. Arana, vienen traducciones de (i) el escrito de 1686, "Breve demostración del memorable error de Descartes y otros sobre la ley natural, por la que quieren que la cantidad de movimiento sea conservada por Dios siempre igual, da la cual abusan incluso en la mecánica", cuyo argumento Leibniz resumió en el § 17 del *Discurso de metafísica*; (ii) la observación polémica sobre este escrito por el Abate Catelan publicada en la revista de Bayle; (iii) la carta de Leibniz a Bayle sobre este asunto y la "Respuesta del Sr. L. a la observación del Sr. Abate de C."; (iv) el "Essay de dynamique" de 1692, publicado póstumamente por Foucher de Careil; (v) el "Specimen dynamicum" de 1695, y (vi) el ensayo sobre las leyes del movimiento, probablemente de 1691, publicado póstumamente por Gerhardt (GM, VI, 215–31). El Estudio Preliminar trae una excelente bibliografía (pp. XLVI–LVII). Completan el libro un índice de nombres y otro de materias (pp. 125–130).

R. T.

INFORMACIÓN PARA COLABORADORES Y SUSCRIPTORES

Diálogos publica artículos filosóficos en español y en inglés. Pueden proponerse originales al Consejo de Redacción enviando **dos** ejemplares mecanografiados **a doble espacio**, con márgenes de 3 centímetros a todo el rededor, al Director de Diálogos, Apartado 21572, Estación Universidad, San Juan, Puerto Rico 00931. Una vez aceptado un artículo, **su aparición se facilitará mucho si el autor envía una copia del manuscrito en disco magnético**. *Diálogos* se compone con una computadora Macintosh, pero en general también podemos utilizar archivos preparados con una computadora IBM.

Diálogos aparece semestralmente. La subscripción anual vale dieciséis dólares ($16.00) para instituciones y doce dólares ($12.00) para particulares. Puede enviarse cheque pagadero a la orden de Editorial de la Universidad de Puerto Rico a EDUPR, Apartado 23322, Estación Universidad, San Juan, Puerto Rico 00931–3322.

NOTICE TO CONTRIBUTORS AND SUBSCRIBERS

Diálogos publishes philosophical articles written in Spanish or in English. Manuscripts, typewritten with wide margins and double space, may be submitted in duplicate to the Editor, Diálogos, P.O. Box 21572, U.P.R. Station, San Juan, Puerto Rico 00931. After a manuscript has been accepted, its publication may be expedited by submitting a computer diskette with a copy of it. *Diálogos* is typeset on a Macintosh computer but in principle we can also use files produced with an IBM or IBM compatible computer.

Diálogos is published twice a year. The yearly subscription rate is sixteen dollars ($16.00) for institutions and twelve dollars ($12.00) for individuals. Please make checks payable to the order of Editorial de la Universidad de Puerto Rico and mail to EDUPR, P.O. Box 23322, U.P.R. Station, San Juan, Puerto Rico 00931–3322.